

Chaos & Turbulentie

ir. M. van Reeuwijk en dr. H. Jonker
Multi-Scale Physics

Turbulentie is het wanordelijke gedrag dat elke vloeistof vertoont als het maar hard genoeg stroomt, met wervels van allerlei groottes. Hierdoor mag het met recht een multi-schaal fenomeen genoemd worden en het treedt overal op: in de atmosfeer, in kokende vloeistoffen, in rivieren, in onze zon, in het binnenste van de aarde, in automotoren, enzovoorts. Turbulentie kan heel hinderlijk zijn: een groot deel van het energieverbruik van de mensheid is veroorzaakt door turbulentie, bijvoorbeeld via wrijvingsverliezen rond auto's, vliegtuigen en in pijpen. Aan de andere kant is turbulentie letterlijk van levensbelang: zonder de turbulente menging in de atmosfeer zouden temperatuurvariaties enorm zijn en zou leven op aarde zoals wij het kennen onmogelijk zijn.



Een fraaie illustratie van de turbulentie die ontstaat als water in een bassin stroomt. Deze schets is gemaakt door Leonardo da Vinci (1452-1519), een van de eersten die turbulentie systematisch bestudeerde.

Turbulentie kan gezien worden als een voortdurende kettingbotsing op allerlei schalen, veroorzaakt door de traagheid van de vloeistofdeeltjes. Op elk moment vliegen er pakketjes uit de bocht, 'botsen' op elkaar en raken in een spin. Hierdoor ontstaat er een voortdurend strekken en vouwen van de vloeistof waardoor de menging en de energieverliezen flink toenemen. De turbulentiegraad kan gekarakteriseerd worden door het Reynolds getal Re , die de verhouding tussen traagheid en visceuze effecten weergeeft, en is gedefinieerd als $Re=UL/v$, met U de typische snelheid, L een lengteschaal en v de kinematische viscositeit. Het aantal vrijheidsgraden van een turbulente stroming is enorm: bij benadering schaal het als Re^3 . Als nu bedacht wordt dat voor de atmosfeer $Re\sim 10^8$ is, dan is het aantal vrijheidsgraden ongeveer 10^{24} ! Door haar niet-lineaire karakter is turbulentie bijzonder resistent gebleken tegen het (lineaire) gereedschap van de fysicus. Zelfs de meest geavanceerde technieken zoals renormalisatie zijn slechts zeer beperkt succesvol door het ontbreken van een voor de hand liggende kleine schaal waarvoor perturbaties kunnen worden toegepast. Om deze reden wordt turbulentie wel het laatste grote onopgeloste probleem van de klassieke mechanica genoemd.

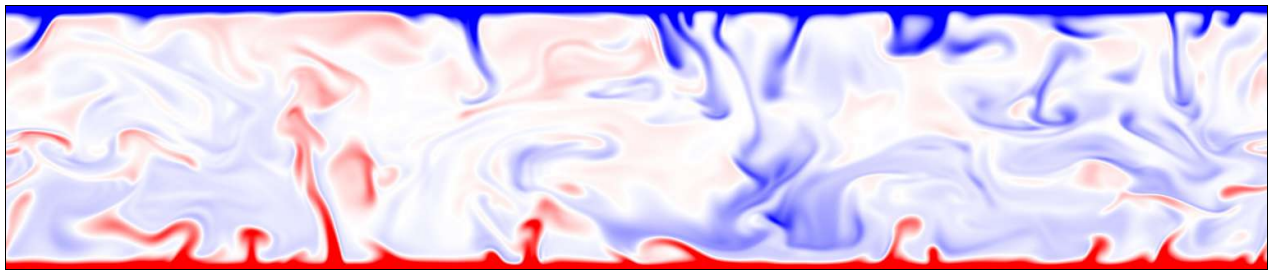
Van oudsher wordt turbulentie beschreven met statistische methoden. De pionier van het turbulentie-onderzoek, Osborne Reynolds (1842-1912), maakte al een decompositie in een gemiddelde stroming en fluctuaties daarop die nog steeds zijn naam draagt. Deze methode bleek bijzonder succesvol, en sindsdien is dit de standaard manier om met turbulentie om te gaan. Echter, de stromingsvergelijkingen, de Navier-Stokes vergelijkingen, zijn deterministisch. Maar hoe kan een deterministisch systeem zich nou stochastisch gedragen? Het definitieve antwoord op deze vraag werd pas geleverd met de opkomst van de chaos-theorie.



Osborne Reynolds (1842-1912)

Het bleek dat eenvoudige deterministische, niet-lineaire systemen nooit-repeterende tijdsignalen kunnen produceren, wat bekend is komen te staan als deterministische chaos. Voor iemand die niet bekend is met chaos-theorie, lijkt zo'n signaal te worden veroorzaakt door een stochastisch proces. Niets is minder waar natuurlijk: niet-lineaire systemen kunnen een zogenaamde *deterministische ruis* produceren, die niet door het verfijnen van meettechnieken kan worden verminderd. Turbulentie is hiervan het ultieme voorbeeld.

Verder bleken er verschillende manieren te zijn voor een systeem om chaotisch te worden, de zogenaamde routes naar chaos. De belangrijkste routes zijn: door middel van periodeverdubbelingen (Feigenbaum route), door plotselinge uitbarstingen van chaos (de Pomeau-Manneville intermittency route) en door middel van twee Hopf bifurcaties direct op een chaotische attractor (Ruelle-Takens route). Al deze routes zijn waargenomen voor stroming die turbulent wordt, hoewel er ook stromingstypen zijn die niet volgens een van de bovengenoemde routes turbulent worden.



Een verticaal aanzicht van het (drie-dimensionale) turbulente veld dat wordt geproduceerd als een vloeistof tussen twee horizontale platen vanaf de onderkant wordt verwarmd. Door de verwarming vermindert de dichtheid van de vloeistof waardoor deze wil opstijgen. Hierdoor wordt het evenwicht instabiel en zal de vloeistof gaan stromen als het voldoende wordt verhit. Dit type stroming wordt Rayleigh-Benard convectie genoemd. Het plaatje is een resultaat van directe numerieke simulatie, waarbij alle vloeistofbewegingen tot op het kleinste detail worden uitgerekend. Dit zijn enorme berekeningen: het grid had bijna 200 miljoen punten, en het berekenen van 60 seconden kostte 4000 uur (oftewel bijna een half jaar) aan rekentijd op een supercomputer.

Een andere les van de chaos-theorie is dat metingen niet reproduceerbaar zijn, door de gevoelige afhankelijkheid van beginvoorwaarden. Dit was een behoorlijke schok, met name voor de absolute deterministen binnen de wetenschap: de voorspellingshorizon was ineens eindig, en de toekomst onzeker. De beroemde Nederlandse hoogleraar en turbulentie-onderzoeker Henk Tennekes zei hierover: “Chaos is het antwoord van de natuur om aan de grijpgrage vingers van technocraten te ontsnappen”. Maar hoewel afzonderlijke metingen elke keer anders zijn, verandert de 'aard' van de turbulente dynamica niet: de statistische eigenschappen blijven overeind.

Hoewel chaos-theorie veel inzicht in de oorzaak van turbulentie verschaftte, bracht het geen oplossing van het probleem. De complexiteit van turbulentie is nu eenmaal veel hoger dan die van chaos: een chaotisch systeem heeft normaliter maximaal 50 vrijheidsgraden, en een turbulente stroming zoals de atmosfeer 10^{24} . Kortom, een allesomvattende theorie van turbulentie zal nog wel even op zich laten wachten.